



## DYNAMICS AND CONTROL OF RIGID ROTORS SUPPORTED ON TILTING-PAD JOURNAL BEARINGS WITH ELECTRONIC OIL INJECTION

Ilmar F. Santos  
Alexandre Scalabrin

Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Departamento de Projeto Mecânico, CEP 13083-970, Campinas, SP, Brasil  
e-mail: ilmar@fem.unicamp.br  
e-mail: scala@fem.unicamp.br

**Abstract.** *This work presents an analysis of the behavior of rigid rotors controlled by tilting-pad journal bearings with active oil injection. Initially the mathematical model of the active bearing is presented: the equations that describe the hydraulic actuators are introduced into the lubricant's equations, resulting in the Modified Reynolds equation. The global model of the system is obtained by coupling the movement equation of the rigid rotor with the stiffness and damping matrices of the active bearing (which are obtained from the Modified Reynolds equation). This global model is then used to design the control system of the active bearing, which is based on the pole placement technique. The stability of the active system designed is analysed by calculating its eigenvalues and frequency response curves. The results obtained show that this kind of bearing can significantly reduce the vibration level of rotormachinery.*

**Key words:** *Hydraulic actuators, dynamics and control of rotors, active tilting-pad journal bearings.*

### 1. INTRODUÇÃO

A utilização de mancais hidrodinâmicos para a sustentação de rotores em máquinas rotativas é uma área da engenharia estudada há muito tempo. Dentre os diversos tipos de mancais hidrodinâmicos já desenvolvidos, os mancais segmentados são os que apresentam melhores características no que diz respeito à estabilidade.

O comportamento de mancais segmentados na forma passiva teve as primeiras investigações teóricas realizadas por Boyd e Raimondi (1953) e Lund (1964). Desde então, diversos trabalhos vem sendo realizados, especialmente de análise dinâmica e cálculo dos coeficientes de rigidez e amortecimento do mancal ((Allaire, Parsell e Barrett, 1981) e (Rouch, 1983)). Em (Someya, 1989) são apresentadas as características teóricas e experi-

mentais para diversas configurações de mancais segmentados.

Resultados teóricos e experimentais ((Someya, 1989) e (Santos, 1994)) mostram que os coeficientes de rigidez e amortecimento do filme de óleo influenciam de forma considerável o comportamento dinâmico das máquinas rotativas.

Com o objetivo de modificar as características (rigidez e amortecimento) destes mancais, visando o aumento da estabilidade do sistema rotativo, sistemas de controle vem sendo acoplados aos mancais. As primeiras idéias teóricas são apresentadas por Ulbrich e Althaus (1989), Santos e Ulbrich (1992); e os primeiros trabalhos teórico-experimentais são apresentados por Santos (1993), Santos (1994) e Santos (1995). Nestes casos os segmentos do mancal são construídos sobre atuadores piezoelétricos ou atuadores hidráulicos. No caso de atuadores hidráulicos os segmentos são montados sobre câmaras hidráulicas, compostas por uma membrana flexível. Variando-se a pressão nestas câmaras através do sistema de controle, controla-se o movimento do segmento, modifica-se a folga radial e, conseqüentemente, a rigidez e o amortecimento do mancal.

A estabilidade de sistemas compostos de rotores flexíveis suportados por este tipo de mancal foi estudada por Santos e Scalabrin (1995), mostrando significativo aumento na estabilidade do sistema. As principais limitações no uso deste tipo de mancal são as membranas das câmaras hidráulicas, que limitam a pressão a ser aplicada na câmara (Santos, 1995).

Uma alternativa para superar estas limitações é atuar diretamente sobre a película de óleo, através da injeção eletrônica de óleo (Santos e Russo, 1998). Neste tipo de mancal, orifícios são feitos nas sapatas, na direção radial, e conectam o óleo presente na câmara hidráulica da sapata com o filme de óleo existente entre o rotor e a sapata. Conectando-se a câmara das sapatas com atuadores hidráulicos (servoválvulas) pode-se controlar a pressão de injeção do óleo sobre a folga radial do mancal. Desta forma, as características do filme de óleo são alteradas, modificando-se as características de rigidez e amortecimento do mancal e possibilitando um aumento da estabilidade do sistema rotativo.

Os estudos já realizados com este tipo de mancal mostram as modificações na distribuição de pressão do filme de óleo causadas pela injeção de óleo a uma pressão constante e indicam um aumento nas forças hidrodinâmicas exercidas pelo fluido lubrificante (Santos e Russo, 1998).

Neste trabalho apresenta-se a modelagem deste tipo de mancal, quando acoplado ao sistema hidráulico, e realiza-se a análise de estabilidade de um rotor rígido suportado pelo mancal ativo.

## 2. MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático do sistema rotor-mancal-atuadores é obtido em quatro etapas: na primeira etapa são apresentadas as equações que descrevem o comportamento dos atuadores hidráulicos; na segunda etapa obtém-se a equação de Reynolds Modificada, a qual engloba os termos da injeção radial de óleo e do sistema de controle; na terceira etapa é apresentado o modelo global do sistema, que inclui a equação de movimento do rotor rígido e os coeficientes dinâmicos do mancal ativo, obtidos a partir da equação de Reynolds Modificada; finalmente, na quarta etapa, considera-se o sistema de controle, indicando as estratégias adotadas.

## 2.1. Atuadores Hidráulicos

O comportamento do sistema hidráulico é determinado pela dinâmica da servoválvula, que é obtida a partir de duas situações distintas: primeiro considera-se a dinâmica de servoválvula isolada, sem carregamento; em seguida considera-se a dinâmica da servoválvula submetida a um carregamento.

**Dinâmica da servoválvula sem carregamento.** A dinâmica da servoválvula sem carregamento é determinada pelo movimento de seu carretel, o qual é influenciado pelo sinal elétrico de entrada aplicado à servoválvula. Nesta situação sem carregamento, a vazão na servoválvula é proporcional ao movimento do carretel (Santos, 1993). Para efetuar o controle da injeção de óleo através das sapatas do mancal, duas servoválvulas são utilizadas, uma responsável pelo controle na direção horizontal ( $y$ ) e outra responsável pelo controle na direção vertical ( $z$ ). Para simplificar, restringe-se a análise à direção horizontal, uma vez que a análise na direção vertical é análoga. A vazão na servoválvula sem carregamento é descrita por uma equação diferencial de segunda ordem (Santos, 1993):

$$\ddot{Q}_y(t) + 2 \cdot \xi_V \cdot \omega_V \cdot \dot{Q}_y(t) + \omega_V^2 \cdot Q_y(t) = \omega_V^2 \cdot K_V \cdot U_y(t) \quad (1)$$

onde  $Q_y(t)$  é a vazão de óleo na servoválvula,  $\xi_V$  é o fator de amortecimento,  $\omega_V$  é a frequência natural,  $K_V$  é o ganho interno e  $U_y(t)$  é o sinal de entrada aplicado à servoválvula.

Este sinal é construído a partir da malha de realimentação do sistema de controle, descrita em função dos deslocamentos e velocidades do rotor ( $y(t)$ ,  $z(t)$ ,  $\dot{y}(t)$  e  $\dot{z}(t)$ ) e dos respectivos ganhos de realimentação ( $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$  e  $G_4$ ).

Para se obter uma solução analítica para a equação da vazão na servoválvula, Eq. (1), pode-se adotar uma excitação harmônica. Isto corresponde a admitir um movimento harmônico para o rotor, da forma  $y(t) = Y \cdot e^{j\omega t}$ . O sinal elétrico de realimentação, descrito em função do movimento harmônico do rotor, é dado por:

$$U_y(t) = G_1 \cdot y(t) + G_2 \cdot \dot{y}(t) = (G_1 + G_2 \cdot \omega \cdot j) \cdot Y \cdot e^{j\omega t} \quad (2)$$

A expressão analítica para a vazão é obtida substituindo-se a Eq. (2) na Eq. (1) e resolvendo-se a equação harmônica obtida. Considerando somente a solução particular, chega-se à seguinte expressão analítica para a vazão:

$$Q_y(t) = \omega_V^2 \cdot K_V \cdot Y \cdot \sqrt{\frac{G_1^2 + G_2^2 \cdot \omega^2}{(-\omega^2 + \omega_V^2)^2 + (2 \cdot \xi_V \cdot \omega_V \cdot \omega)^2}} \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \phi_y)} \quad (3)$$

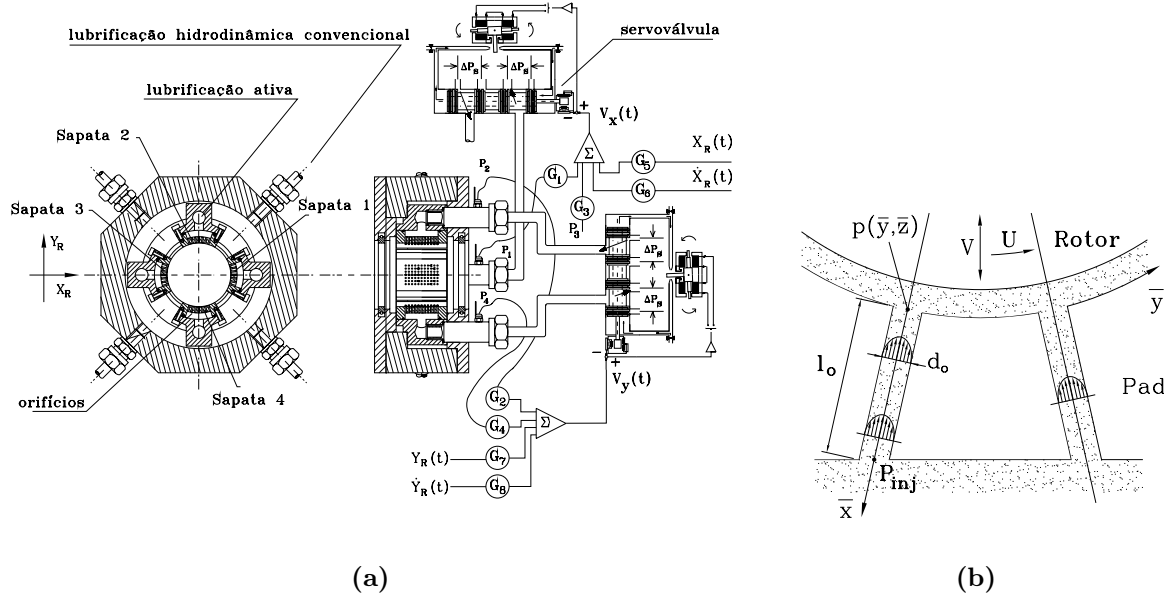
onde

$$\phi_y = \arctan \left[ \frac{-G_1 \cdot 2 \cdot \xi_V \cdot \omega_V \cdot \omega + \omega \cdot G_2 \cdot (-\omega^2 + \omega_V^2)}{G_1 \cdot (-\omega^2 + \omega_V^2) + \omega^2 \cdot G_2 \cdot 2 \cdot \xi_V \cdot \omega_V} \right]$$

Dessa forma a vazão na servoválvula ( $Q_y$ ) fica descrita em função da dinâmica da própria servoválvula ( $\xi_V$  e  $\omega_V$ ), da frequência ( $\omega$ ) e amplitude ( $Y$ ) do sinal de realimentação, dos ganhos de realimentação e da fase  $\phi_y$ , que estabelece o atraso entre o sinal de referência (deslocamento e velocidade do rotor) e a resposta da vazão da servoválvula.

**Dinâmica da servoválvula sob carregamento.** Quando a servoválvula é acoplada aos atuadores, a vazão e a pressão passam a depender também da dinâmica destes. Deve-se estabelecer, então, as relações entre servoválvula e atuadores, obtendo-se a dinâmica da servoválvula sob carregamento.

A Figura 1(a) mostra o acoplamento entre as servoválvulas e o mancal. A servoválvula conectada às sapatas 1 e 3 controla o movimento na direção horizontal, enquanto a servoválvula conectada às sapatas 2 e 4 controla o movimento na direção vertical.



**Figura 1:** (a) Sistema de injeção do óleo: servoválvulas acopladas às sapatas do mancal; (b) Escoamento de óleo através do orifício da sapata.

O comportamento *pressão × vazão* é não linear e pode ser linearizado com a introdução do coeficiente de linearização  $K_{PQ}$  (Santos, 1993). Aplicando-se estas relações linearizadas para a servoválvula acoplada às sapatas tem-se (Santos e Russo, 1998):

$$\begin{aligned} Q_1(t) &= Q_y(t) + K_{PQ} \cdot (P_{inj1}(t) - P_{inj3}(t)) \\ Q_3(t) &= -Q_y(t) - K_{PQ} \cdot (P_{inj1}(t) - P_{inj3}(t)) \end{aligned} \quad (4)$$

onde  $P_{inji}$  é a pressão de injeção na sapata  $i$ .

As vazões  $Q_1(t)$  e  $Q_3(t)$  também podem ser descritas a partir do escoamento de óleo através dos orifícios das sapatas. Este escoamento é mostrado na Fig. 1(b).

Admitindo-se que o óleo é incompressível, que a tubulação não se deforma e considerando um escoamento laminar completamente desenvolvido através de um orifício isométrico, obtém-se a velocidade de injeção do óleo na folga radial,  $V_{inj_i}$ , (Santos e Russo, 1998). Dessa forma, as expressões para as vazões através da área  $A_i$  dos  $s$  orifícios da sapata ficam descritas em função da pressão hidrodinâmica do filme de óleo,  $p_i(\bar{x}, \bar{z}, t)$  e da pressão de injeção  $P_{inji}$  na câmara da respectiva sapata:

$$\begin{aligned} Q_1(t) &= - \sum_{i=1}^s \int_A V_{inj_{1i}}(t) \cdot dA_i = \sum_{i=1}^s \left[ \frac{\pi d_{O_i}^2}{128 \mu l_{O_i}} \cdot (P_{inj1}(t) - p_1(\bar{x}, \bar{z}, t)) \right] \\ Q_3(t) &= - \sum_{i=1}^s \int_A V_{inj_{3i}}(t) \cdot dA_i = \sum_{i=1}^s \left[ \frac{\pi d_{O_i}^2}{128 \mu l_{O_i}} \cdot (P_{inj3}(t) - p_3(\bar{x}, \bar{z}, t)) \right] \end{aligned} \quad (5)$$

A relação entre as pressões de injeção e as vazões na servoválvula é finalmente obtida substituindo-se a Eq. (4) na Eq. (5) e isolando o termo  $P_{inji}$ :

$$\begin{aligned} P_{inj1}(t) &= C_1 \cdot p_1(\bar{x}, \bar{z}, t) + C_2 \cdot p_3(\bar{x}, \bar{z}, t) + C_3 \cdot Q_y(t) \\ P_{inj3}(t) &= C_1 \cdot p_3(\bar{x}, \bar{z}, t) + C_2 \cdot p_1(\bar{x}, \bar{z}, t) - C_3 \cdot Q_y(t) \end{aligned} \quad (6)$$

onde os coeficientes  $C_1, C_2$  e  $C_3$  dependem do número ( $s$ ), diâmetro ( $d_o$ ) e comprimento ( $l_o$ ) dos orifícios e das características da servoválvula ( $K_{PQ}$ ) e da viscosidade do óleo  $\mu$ .

## 2.2. Equação de Reynolds para Mancais com Injeção Eletrônica de Óleo

As características de um mancal hidrodinâmico são determinadas a partir da distribuição de pressão do filme de óleo ao longo do mancal. A equação de Reynolds descreve esta distribuição de pressão.

A equação de Reynolds para mancais segmentados na forma convencional (sem injeção radial de óleo) é bem conhecida na literatura (Someya, 1989). Considerando a injeção de óleo na direção radial, esta equação é modificada com a introdução de novos termos, que incluem a pressão de injeção do óleo proveniente das câmaras das sapatas. Esta equação modificada é apresentada por Santos e Russo (1998):

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left( \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \bar{x}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} \right) - \frac{3}{\mu l_o} \sum_{i=1}^s \mathcal{F}_i(\bar{x}, \bar{z}) \cdot p = 6U \frac{\partial h}{\partial \bar{z}} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{3}{\mu l_o} \sum_{i=1}^s \mathcal{F}_i(\bar{x}, \bar{z}) \cdot \bar{P}_{inj}(t) \quad (7)$$

onde  $\bar{x}$  e  $\bar{z}$  são as posições na sapata em relação aos eixos  $\bar{x}$  e  $\bar{z}$  respectivamente,  $h$  é a espessura e  $p$  é a pressão do filme de óleo no ponto  $(\bar{x}, \bar{z})$ ,  $U$  é a velocidade tangencial do rotor e  $\mathcal{F}_i(\bar{x}, \bar{z})$  é a função de posicionamento dos orifícios ao longo da sapata.

A pressão de injeção em cada sapata ( $P_{inji}$ ) é determinada pela Eq. (6). Substituindo-se esta expressão na Eq. (7), obtém-se a equação de Reynolds Modificada para cada uma das quatro sapatas do mancal, incluindo os termos da injeção determinados pela servoválvula e pelo sistema de controle. Considerando a sapata 1, tem-se:

$$\begin{aligned} & \underbrace{\frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left( \frac{h_1^3}{\mu} \frac{\partial p_1}{\partial \bar{x}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \frac{h_1^3}{\mu} \frac{\partial p_1}{\partial \bar{z}} \right) - \frac{3}{\mu l_o} \sum_{i=1}^s \mathcal{F}_i(\bar{x}, \bar{z}) \cdot [p_1 \cdot (1 - C_1) - C_2 \cdot p_3]}_I = \underbrace{6U \frac{\partial h_1}{\partial \bar{z}}}_II + \\ & + \underbrace{12 \frac{\partial h_1}{\partial t}}_III - \underbrace{\frac{3}{\mu l_o} \sum_{i=1}^s \mathcal{F}_i(\bar{x}, \bar{z}) \cdot C_3 \cdot \omega_V^2 \cdot K_V \cdot Y \cdot \sqrt{\frac{G_1^2 + (\omega \cdot G_2)^2}{(-\omega^2 + \omega_V^2)^2 + (2 \cdot \xi_V \cdot \omega_V \cdot \omega)^2}} \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \phi_y)}}_IV \quad (8) \end{aligned}$$

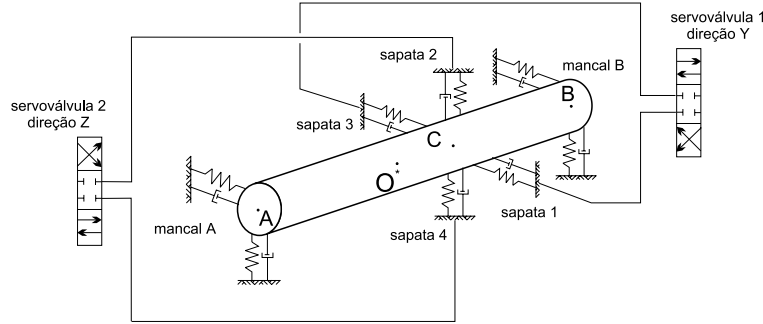
A expressão em  $I$  representa os termos de distribuição de pressão na sapata. A expressão em  $II$  depende do perfil da folga radial ( $h$ ) e da velocidade de rotação do rotor ( $U$ ), determinadas pela geometria e pelas condições de operação do sistema. A expressão em  $III$  depende da variação da folga radial em relação ao tempo, determinada pelo o movimento de vibração entre o rotor e as sapatas do mancal. A expressão em  $IV$  apresenta os termos dependentes do sistema de controle hidráulico, incluindo a amplitude do deslocamento do rotor ( $Y$  ou  $Z$ ), os ganhos de realimentação ( $G_1, G_2, G_3$  e  $G_4$ ) e os parâmetros das servoválvulas ( $\xi_V$  e  $\omega_V$ ). Além disso, depende da frequência de vibração

do sistema ( $\omega$ ) e da fase ( $\phi$ ). Portanto, para se resolver a equação de Reynolds Modificada, deve-se considerar que todo o sistema vibra com a mesma frequência  $\omega$ .

A principal característica da equação de Reynolds Modificada é o acoplamento das pressões entre as sapatas do mancal localizadas numa mesma direção, (sapatas 1 e 3 na direção  $y$ , e 2 e 4 na direção  $z$ ). A equação para a sapata 1, Eq. (8), apresenta termos relacionados com a pressão na sapata 1 ( $p_1$ ) e com a pressão na sapata 3 ( $p_3$ ). Este acoplamento entre as pressões deve-se à introdução da servoválvula e impossibilita que as equações sejam resolvidas isoladamente para cada sapata. Deve-se resolver simultaneamente o par de equações correspondentes a uma direção.

### 2.3. Modelo Global

Para descrever o conjunto rotor acoplado ao mancal segmentado ativo, deve-se construir um modelo que englobe a dinâmica de todos os subsistemas considerados: o rotor rígido, o mancal segmentado com injeção de óleo, os atuadores hidráulicos e as informações do sistema de controle. Este sistema global é mostrado na Fig. 2.



**Figura 2:** Sistema global - rotor rígido acoplado ao mancal segmentado ativo e às servoválvulas.

A equação de movimento do rotor rígido acoplado aos mancais flexíveis, localizados nas extremidades A e B, é descrita pelas matrizes de massa e giroscópica do rotor e pelas matrizes de rigidez e amortecimento dos mancais de suporte, além das forças externas aplicadas ao rotor.

O comportamento do mancal segmentado é determinado pelos coeficientes de rigidez e amortecimento, calculados a partir da equação de Reynolds Modificada.

O sistema global é obtido, então, acoplando-se as matrizes das equações do rotor rígido e as matrizes do mancal segmentado em um único conjunto de equações da forma:

$$\mathbf{M}_G \cdot \ddot{\mathbf{q}}_G + (\mathbf{D}_G - \Omega \cdot \mathbf{G}_G) \cdot \dot{\mathbf{q}}_G + \mathbf{K}_G \cdot \mathbf{q}_G = \mathbf{f}_G \quad (9)$$

onde  $\Omega$  é a velocidade de rotação do rotor.

O vetor de deslocamento desta equação, que inclui as coordenadas de translação e rotação do rotor e as coordenadas de rotação das sapatas do mancal, e as matrizes globais de massa, giroscópica e rigidez são dadas respectivamente por:

$$\mathbf{q}_G = \begin{Bmatrix} y \\ z \\ \theta_y \\ \theta_z \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{Bmatrix} \quad \mathbf{M}_G = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_s \end{bmatrix} \quad \mathbf{G}_G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_G = \begin{bmatrix} k_{yy}^* & k_{yz} & k_{y\theta_y} & k_{y\theta_z}^* & k_{y\alpha_1} & k_{y\alpha_2} & k_{y\alpha_3} & k_{y\alpha_4} \\ k_{zy} & k_{zz}^* & k_{z\theta_y}^* & k_{z\theta_z} & k_{z\alpha_1} & k_{z\alpha_2} & k_{z\alpha_3} & k_{z\alpha_4} \\ k_{\theta_y y} & k_{\theta_y z}^* & k_{\theta_y \theta_y}^* & k_{\theta_y \theta_z} & k_{\theta_y \alpha_1} & k_{\theta_y \alpha_2} & k_{\theta_y \alpha_3} & k_{\theta_y \alpha_4} \\ k_{\theta_z y}^* & k_{\theta_z z} & k_{\theta_z \theta_y} & k_{\theta_z \theta_z}^* & k_{\theta_z \alpha_1} & k_{\theta_z \alpha_2} & k_{\theta_z \alpha_3} & k_{\theta_z \alpha_4} \\ k_{\alpha_1 y} & k_{\alpha_1 z} & k_{\alpha_1 \theta_y} & k_{\alpha_1 \theta_z} & k_{\alpha_1 \alpha_1} & 0 & 0 & 0 \\ k_{\alpha_2 y} & k_{\alpha_2 z} & k_{\alpha_2 \theta_y} & k_{\alpha_2 \theta_z} & 0 & k_{\alpha_2 \alpha_2} & 0 & 0 \\ k_{\alpha_3 y} & k_{\alpha_3 z} & k_{\alpha_3 \theta_y} & k_{\alpha_3 \theta_z} & 0 & 0 & k_{\alpha_3 \alpha_3} & 0 \\ k_{\alpha_4 y} & k_{\alpha_4 z} & k_{\alpha_4 \theta_y} & k_{\alpha_4 \theta_z} & 0 & 0 & 0 & k_{\alpha_4 \alpha_4} \end{bmatrix}$$

onde os coeficientes da matriz de rigidez destacados com \* incluem as contribuições não só do mancal ativo, mas também dos mancais de suporte do rotor. A matriz de amortecimento ( $\mathbf{D}_G$ ) apresenta a mesma forma da matriz de rigidez ( $\mathbf{K}_G$ ).

A equação de movimento, Eq. (9), pode ser escrita na forma de estado:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_G \\ \ddot{\mathbf{q}}_G \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}_G^{-1} \cdot \mathbf{K}_G & -\mathbf{M}_G^{-1} \cdot (\mathbf{D}_G - \Omega \cdot \mathbf{G}_G) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_G \\ \dot{\mathbf{q}}_G \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}_G^{-1} \cdot \mathbf{f}_G \end{Bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{q}}_E = \mathbf{A} \cdot \mathbf{q}_E + \mathbf{f}_E \quad (10)$$

onde  $\mathbf{A}$  é a matriz de estado de ordem  $16 \times 16$ ,  $\mathbf{f}_E$  é o vetor de forças de estado e  $\mathbf{q}_E$  é o vetor de estado, que engloba as coordenadas de deslocamento e velocidade.

## 2.4. Projeto do Sistema de Controle

No modelo matemático descrito pela Eq. (10), as informações dos atuadores hidráulicos e do sistema de controle influenciam diretamente o cálculo dos coeficientes de rigidez e amortecimento do filme de óleo, modificando as características do sistema mecânico. Neste caso, não se pode obter uma matriz de controle ( $\mathbf{B}$ ) isolada. A matriz de estado  $\mathbf{A}$  engloba as características do sistema mecânico e também do sistema de controle. Portanto, o modelo matemático para o projeto do sistema de controle é descrito da seguinte forma:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}}_E(t) = \mathbf{A}(t, \mathbf{u}) \cdot \mathbf{q}_E(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{q}_E(t) \end{cases} \quad (11)$$

onde  $\mathbf{u}$  é o vetor do sinal de controle,  $\mathbf{y}$  é o vetor de saída e  $\mathbf{C}$  é a matriz de medições, que define as coordenadas do vetor de estado que são realimentadas.

A malha de realimentação define o sinal elétrico de realimentação, descrito na Eq. (2) para a coordenada  $y$ . As coordenadas de deslocamento  $y$  e  $z$  e de velocidade  $\dot{y}$  e  $\dot{z}$  do rotor são realimentadas. Dessa forma, a estrutura da malha de realimentação é dada por:

$$\mathbf{u} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{q}_E = \left\{ G_1 \cdot y \quad G_3 \cdot z \quad G_2 \cdot \dot{y} \quad G_4 \cdot \dot{z} \right\}^T$$

Os ganhos da matriz  $\mathbf{G}$  são calculados a partir do critério de posicionamento dos polos em malha fechada (Ogata, 1997), (Santos, 1993). Neste critério, o sistema de controle pode ser otimizado segundo o grau de estabilidade máximo (Santos, 1993), dado por:

$$\delta_e = \min_{i=1, \dots, n} \{ \text{Re}(\lambda_i) \} \longrightarrow \max \quad (12)$$

ou seja, seleciona-se o autovalor com menor parte real (em módulo) e determina-se o ganho de controle de forma a maximizar esta parte real.

### 3. RESULTADOS TEÓRICOS

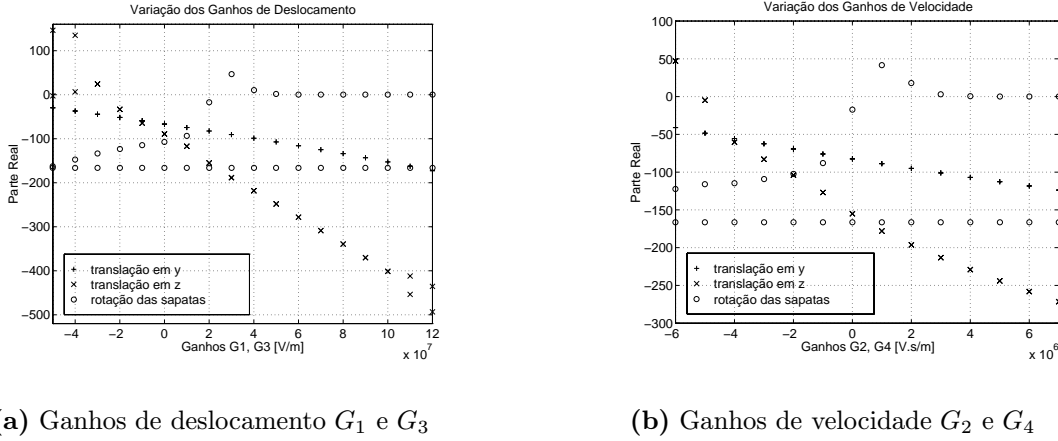
O projeto do sistema de controle é desenvolvido a partir da variação dos ganhos de realimentação de deslocamento ( $G_1$  e  $G_3$ ) e de velocidade ( $G_2$  e  $G_4$ ). Para cada valor de ganho adotado calcula-se a matriz de estado  $\mathbf{A}$  correspondente e os autovalores do sistema, os quais são analisados segundo o critério de otimização estabelecido, Eq. (12).

A Tabela 1 apresenta as condições de operação do sistema rotor-mancal, utilizadas nos resultados apresentados nesta seção. Admite-se que o rotor vibra com a mesma frequência da velocidade de rotação, ou seja,  $\omega = \Omega = 20,0 \text{ Hz}$ .

**Tabela 1:** Condições de operação do sistema rotor-mancal utilizadas nas simulações.

Condição de Operação	Valor
Carregamento na direção $y$ ( $F_y$ )	$0,0 \text{ N}$
Carregamento na direção $z$ ( $F_z$ )	$-100,0 \text{ N}$
Velocidade de rotação ( $\Omega$ )	$20,0 \text{ Hz}$

Inicialmente são variados os ganhos de realimentação de deslocamento ( $G_1$  e  $G_3$ ), enquanto os ganhos de velocidade ( $G_2$  e  $G_4$ ) são mantidos nulos. Os ganhos  $G_1$  e  $G_3$  são variados simultaneamente. A variação da parte real dos autovalores do sistema em função dos ganhos de deslocamento é apresentada no gráfico da Fig. 3(a).



**Figura 3:** Variação da parte real dos autovalores do sistema em função dos ganhos de realimentação (a) de deslocamento e (b) de velocidade (com  $G_{1,3}$  fixados em  $2,0 \times 10^7 \text{ V/m}$ ).

Observa-se que para ganhos negativos, conforme os valores diminuem, o sistema fica cada vez menos estável, até os autovalores assumirem valores positivos (a partir de  $G_{1,3} = -3 \times 10^7 \text{ V/m}$ ), indicando que o sistema torna-se instável. Para ganhos positivos, conforme os valores aumentam, os autovalores correspondentes às coordenadas de translação do rotor ficam cada vez mais negativos. Isto significa que a estabilidade aumenta. Portanto, quanto maior o valor do ganho, maior a estabilidade do sistema.

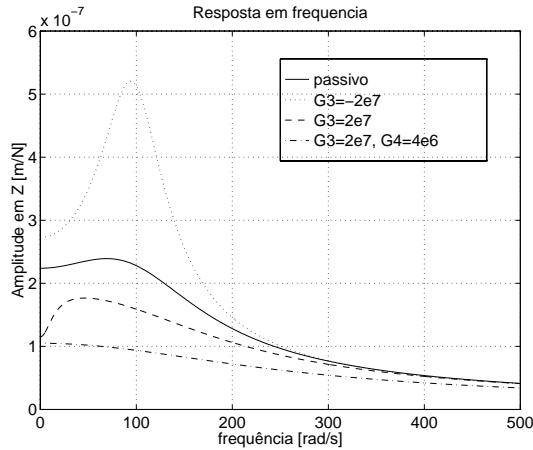
Aplicando-se o critério de otimização da Eq. (12) deve-se escolher os ganhos de maior valor possível, sempre observando se não existem outros autovalores com parte real positiva. Isto ocorre para  $G_{1,3} = 3,0 \times 10^7 \text{ V/m}$  e  $G_{1,3} = 4,0 \times 10^7 \text{ V/m}$  (Fig. 3(a)), quando autovalores correspondentes ao movimento de rotação das sapatas se tornam positivos.



Considerando a implementação do sistema de controle na prática, o valor dos ganhos é determinado pelas limitações físicas dos atuadores. Desta forma, adota-se  $G_{1,3} = 2,0 \times 10^7 V/m$ .

O passo seguinte é a determinação dos ganhos de realimentação de velocidade ( $G_2$  e  $G_4$ ). A variação da parte real dos autovalores do sistema em função destes ganhos é apresentada no gráfico da Fig. 3(b). Observa-se que o comportamento dos autovalores é semelhante ao gráfico da Fig. 3(a). Portanto chega-se às mesmas conclusões quanto à determinação dos ganhos de controle: devem ter os maiores valores possíveis, desde que não existam outros autovalores com parte real positiva e que o limite físico dos atuadores seja respeitado.

Finalmente são analisadas algumas combinações de valores para os ganhos de controle. A Figura 4 mostra as curvas de resposta em frequência para estas combinações.



**Figura 4:** Resposta em frequência para diferentes tipos de controle: passivo, realimentação com  $G_{1,3} = -2,0 \times 10^7 V/m$ ,  $G_{1,3} = 2,0 \times 10^7 V/m$  e  $G_{1,3} = 2,0 \times 10^7 V/m$ ,  $G_{2,4} = 4,0 \times 10^6 Vs/m$  - excitação e resposta na direção  $z$ .

A curva da linha pontilhada foi obtida com ganhos de realimentação  $G_{1,3} = -2,0 \times 10^7 V/m$  e apresenta a maior amplitude de vibração. Isto mostra que se controle não é projetado corretamente, o sistema fica menos estável e a amplitude de vibração aumenta.

Quando ganhos adequados são escolhidos, a amplitude de vibração diminui significativamente. Este é o caso da realimentação com ganhos  $G_{1,3} = 2,0 \times 10^7 V/m$  (linha tracejada) e  $G_{1,3} = 2,0 \times 10^7 V/m$ ,  $G_{2,4} = 4,0 \times 10^6 Vs/m$  (linha traço e ponto).

#### 4. CONCLUSÕES

Apresentou-se neste trabalho o estudo do controle de rotores através de um mancal ativo com injeção de óleo na folga radial.

O comportamento deste mancal é modificado com a injeção de óleo, a qual é determinada pelas características dos atuadores hidráulicos e pelas informações do sistema de controle. Uma nova equação, denominada equação de Reynolds Modificada, foi apresentada para descrever o comportamento do filme de óleo neste tipo de mancal.

Esta equação apresenta como principais características a dependência da frequência de vibração adotada para o movimento harmônico do rotor e a necessidade de ser resolvida simultaneamente para o par de sapatas que atuam numa mesma direção, já que as pressões nestas sapatas estão acopladas.

Os ganhos de realimentação do sistema de controle foram analisados pelo posicionamento dos polos do sistema em malha fechada. Os resultados obtidos mostram que a introdução do sistema de controle, quando ganhos adequados são escolhidos, reduz as amplitudes de vibração do sistema rotativo de forma significativa. Portanto a utilização deste tipo de mancal em máquinas rotativas, objetivando a redução de vibrações, mostra-se bastante promissora.

Os próximos passos na pesquisa deste tipo de mancal incluem: a variação das características dinâmicas (rigidez e amortecimento) em função da frequência de vibração adotada; aplicação de novas técnicas de controle, considerando o rotor flexível; e a verificação dos resultados obtidos através de testes experimentais.

### ***Agradecimentos***

Os autores agradecem à Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP – Proc. 96/11734-8) pelo suporte financeiro deste projeto.

### **REFERÊNCIAS**

- Allaire, P. E., Parsell, J. A. e Barrett, L. E. (1981), ‘A pad perturbation method for the dynamic coefficients of tilting pad journal bearings’, *Wear* **72**, 29–44.
- Boyd, J. e Raimondi, A. A. (1953), ‘An analyses of the pivoted-pad journal bearing’, *Mech. Engrg.* **75**(5), 380–386.
- Lund, J. W. (1964), ‘Spring and damping for the tilting pad journal bearings’, *ASLE Transactions* **7**(4), 342–352.
- Ogata, K. (1997), *Modern Control Engineering*, Prentice-Hall, New Jersey.
- Rouch, K. E. (1983), ‘Dynamics of pivoted pad journal bearings, including pad translation and rotation effects’, *ASLE Transactions* **26**(1), 102–109.
- Santos, I. F. (1993), ‘Aktive kippsegmentlagerung - theorie und experiment’, *Dusseldorf: VDI-Verlag. (Schwingungstechnik, 189)*.
- Santos, I. F. (1994), Design and evaluation of two types of active tilting pad journal bearing, in ‘IUTAM Symposium on Active Control of Vibration’, Bath, pp. 79–87.
- Santos, I. F. (1995), ‘On the adjusting of the dynamic coefficients of tilting pad journal bearings’, *STLE Tribology Transactions* **38**(3), 700–706.
- Santos, I. F. e Russo, F. H. (1998), ‘Tilting-pad journal bearings with electronic radial oil injection’, *Journal of Tribology - Transactions of the ASME* **120**, 583–594.
- Santos, I. F. e Scalabrin, A. (1995), Controle de rotores flexíveis via mancais segmentados ativos, in ‘COBEM-CIDIM/95 – XIIIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica’, Belo Horizonte.
- Santos, I. F. e Ulbrich, H. (1992), Actively tilting pad journal bearings, in ‘ISROMAC - The International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery’, Honolulu.
- Someya, T. (1989), *Journal Bearing Data Book*, Springer-Verlag.
- Ulbrich, H. e Althaus, J. (1989), Actuator design for rotor control, in ‘12th Biennial ASME Conference on Vibration and Noise’, Montreal, pp. 17–22.